

## 68. ročník matematické olympiády

### Úlohy klauzurní části školního kola kategorie C

1. Jaký je největší možný počet čísel, jež lze vybrat z množiny  $\{1, 2, \dots, 2019\}$  tak, aby součin žádných tří z vybraných čísel nebyl dělitelný devíti? Uveďte příklad vyhovující podmnožiny a zdůvodněte, proč nemůže mít větší počet prvků.
2. Pavel a Michal hrají následující hru: U vrcholů čtyřstěnu (trojbokého jehlanu) jsou zpočátku napsané nuly. Pavel nejprve vybere některý vrchol čtyřstěnu a zvětší číslo u něj napsané o 2. Poté Michal vybere některou hranu tohoto čtyřstěnu a zvětší čísla v obou jejích krajních bodech o 1. Jejich „tahy“ se pravidelně střídají. Vyhrává ten, po jehož tahu budou ve všech vrcholech čtyřstěnu navzájem různá čísla. Který z hráčů si dokáže zajistit výhru?
3. Nechť  $D$ ,  $E$  značí po řadě středy stran  $AB$ ,  $BC$  trojúhelníku  $ABC$  a  $F$  je střed úsečky  $AD$ . Dokažte, že přímka  $CD$  půlí úsečku  $EF$ .

Klauzurní část školního kola kategorie C se koná

**v úterý 29. ledna 2019**

tak, aby začala nejpozději v 10 hodin dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 4 hodiny čistého času. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů, úspěšným řešitelem je ten žák, který získá 10 bodů nebo více. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby a školní MF tabulky. Kalkulátory, notebooky ani žádné jiné elektronické pomůcky dovoleny nejsou. Tyto údaje se žákům sdělí před zahájením soutěže.