

II. kolo kategorie Z5

Z5–II–1

Tatínek chodí běhat se svojí dcerou Janou. Zatímco Jana oběhla třikrát malý okruh kolem školy, tatínek oběhl čtyřikrát velký okruh kolem přilehlého parku. Takto tatínek uběhl dvojnásobnou vzdálenost než Jana. Malý okruh měří 400 metrů.

O kolik metrů je velký okruh delší než malý? (K. Buzáková)

Možné řešení. Jana oběhla malý okruh třikrát, tedy uběhla celkem $3 \cdot 400 = 1200$ metrů.

Tatínek uběhl dvojnásobnou vzdálenost než Jana, tj. celkem $2 \cdot 1200 = 2400$ metrů. Tato vzdálenost odpovídá čtyřem velkým okruhům; velký okruh měří $2400 : 4 = 600$ metrů.

Rozdíl délek velkého a malého okruhu je $600 - 400 = 200$ metrů.

Hodnocení. Po 2 bodech za výsledky každého odstavce.

Z5–II–2

Petr přinesl deseti kamarádům sáček bonbónů, a ty jim rozdělil tak, že každý dostal stejně. Poté si uvědomil, že v sáčku měl nejmenší možný počet bonbónů, které bylo možné rozdělit také tak, že by každý z kamarádů dostal jiný (avšak nenulový) počet.

Určete, kolik bonbónů bylo původně v sáčku, a uveďte příklad druhého zmiňovaného způsobu rozdělení. (T. Bárta)

Možné řešení. Podle toho, jak Petr bonbóny rozdělil, víme, že jejich celkový počet byl dělitelný deseti. Aby bylo možné bonbóny rozdělit druhým způsobem, potřeboval by jich nejméně

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55.$$

Nejmenší počet vyhovující oběma podmínkám je 60. Tento počet lze druhým způsobem rozdělit např. tak, že devět kamarádů by dostalo postupně 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 a poslední zbývajících 15 bonbónů.

V sáčku bylo 60 bonbónů.

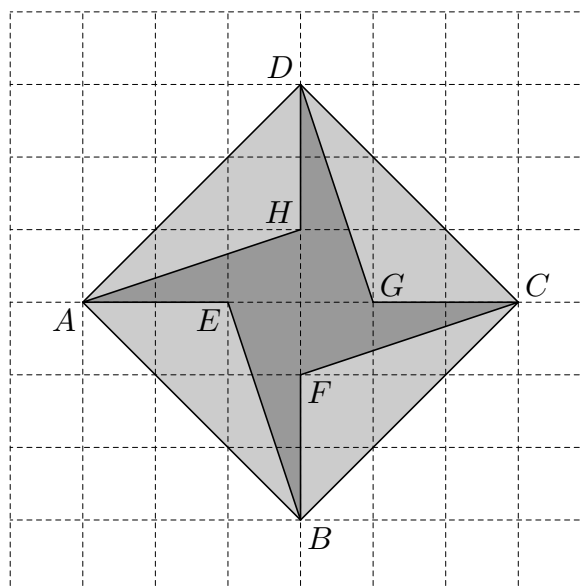
Hodnocení. 3 body za dílčí postřehy; 3 body za příklad druhého rozložení a závěr.

Z5-II-3

Ve čtvercové síti jsou vyznačeny uzlové body A až H . Obsah čtverce $ABCD$ je 72 cm^2 .

Určete obsah hvězdy $AEBFCGDH$.

(*K. Pazourek*)



Možné řešení. Celý útvar lze přímkami AC a BD rozdělit na čtyři navzájem shodné díly (jejichž společný bod označíme S). V každém dílu je obsah části patřící čtverci trojnásobný vzhledem k obsahu části patřící hvězdě (jedná se např. o trojúhelníky ASB a ESB).

Obsah celé hvězdy je tedy třetinový vzhledem k obsahu celého čtverce, a ten známe. Obsah hvězdy je $72 : 3 = 24 (\text{cm}^2)$.

Poznámka. Ze zadání lze odvodit obsah (příp. rozměry) nejmenších čtverečků sítě, poté obsah hvězdy: Obsah čtverce odpovídá obsahu 18 síťových čtverečků; obsah síťového čtverečku je $72 : 18 = 4 (\text{cm}^2)$. Obsah hvězdy odpovídá obsahu 6 síťových čtverečků; obsah hvězdy je $6 \cdot 4 = 24 (\text{cm}^2)$.

Hodnocení. 3 body za dílčí postřehy; 3 body za závěr a kvalitu komentáře.