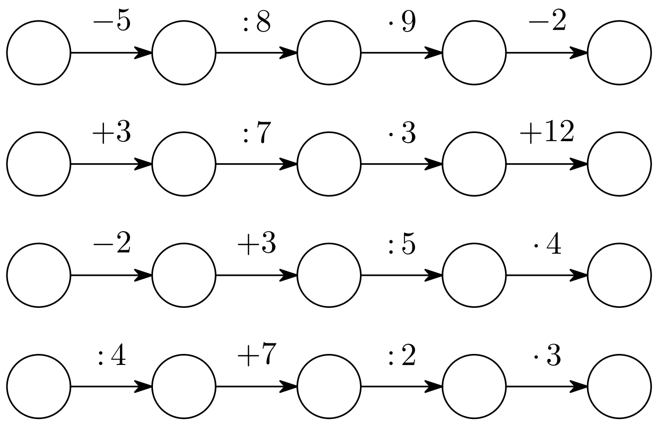
I. kolo kategorie Z5

Z5–I–1

Do kruhových políček doplňte přirozená čísla od 1 do 20 tak, aby každé číslo bylo použito právě jednou a současně platily všechny uvedené vztahy. (*M. Smitková*)



Z5–I–2

Trpaslíci natírali krychlové kostky zelenou a bílou barvou tak, že každá stěna byla celá obarvena jednou z těchto dvou barev. Po chvíli si všimli, že některé obarvené kostky vypadají po vhodném pootočení zcela stejně a začali je podle tohoto hlediska třídit do skupin (ve stejné skupině jsou stejně obarvené kostky).

Kolik nejvýše skupin mohli takto dostat? (*I. Jančigová*)

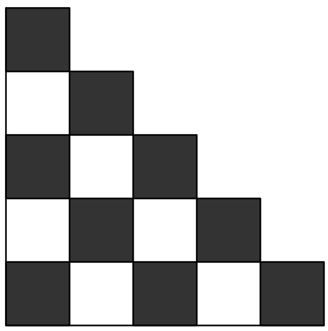
Z5–I–3

Adámek přepočítával svoji sbírku duhových kuliček. Zjistil, že je může rozdělit do stejně početných hromádek, a to vícero způsoby. Kdyby je rozdělil do tří hromádek, bylo by v každé hromádce o osm kuliček víc, než by bylo v každé hromádce při dělení do čtyř hromádek.

Kolik měl Adámek duhových kuliček? (*E. Semerádová*)

Z5–I–4

Jarda vystřihl z rohu šachovnice následující útvar sestávající z patnácti polí:



Následně odstřihl několik dalších polí, a to tak, že výsledný útvar neobsahoval díry a nerozpadal se, měl stejný počet černých a bílých polí a měl největší možný obsah. Navíc zjistil, že ze všech možných útvarů s těmito vlastnostmi měl ten jeho největší možný obvod.

Která pole Jarda dodatečně odstřihl? Určete všechny možnosti. (*M. Petrová*)

Z5–I–5

Na papíru byl sestrojen čtverec $ABCD$ se stranou 4 cm. Pavel sestrojil vrcholy obdélníku, který měl třikrát větší obsah než čtverec $ABCD$. Přitom rýsoval pouze kružnice, protože pravítko nenašel.

Jak mohl Pavel postupovat? Popište alespoň jednu konstrukci. (*K. Pazourek*)

Z5–I–6

Na parkovišti stála auta a bicykly. Pokud by přijelo jedno další auto, bylo by jich stejně jako bicyklů. Pokud by přijelo pět dalších bicyklů, měly by všechny bicykly stejný počet kol jako všechna auta.

Kolik stálo na parkovišti aut a kolik bicyklů? (*M. Dillingerová*)

I. kolo kategorie Z6

Z6–I–1

Můj jediný syn se narodil, když mi bylo 37 let. To bylo právě 32 let po smrti dědečka, a ten zemřel ve svých 64 letech. Dědeček byl o 12 let starší než babička, brali se v roce 1947, právě když babičce bylo 18 let.

V kterém roce se narodil můj syn? (*M. Smitková*)

Z6–I–2

Petr měl obdélník šířky 2 cm a neznámé délky. Radka měla obdélník šířky 2 cm, jehož délka byla rovna obvodu Petrova obdélníku. Když k sobě obdélníky přiložili jejich šířkami, získali nový obdélník s obvodem 63 cm.

Určete obsah Petrova obdélníku. (*K. Pazourek*)

Z6–I–3

Míša zkoumá čísla, která lze vyjádřit jako součet alespoň dvou po sobě jdoucích přirozených čísel. Obzvlášť ji zajímají čísla, která se takto dají vyjádřit vícero způsoby (např. $18 = 5 + 6 + 7 = 3 + 4 + 5 + 6$). Číslům, která lze takto vyjádřit alespoň třemi způsoby, říká velkolepá.

Najděte alespoň tři Míšina velkolepá čísla. (*V. Hucíková*)

Z6–I–4

Kuba si zapsal čtyřmístné číslo, jehož dvě číslice byly sudé a dvě liché. Pokud by v tomto čísle vyškrtl obě sudé číslice, dostal by číslo čtyřikrát menší, než kdyby v tomtéž čísle vyškrtl obě liché číslice.

Které největší číslo s těmito vlastnostmi si mohl Kuba zapsat? (*M. Petrová*)

Z6–I–5

Mojmír rozstříhal pravidelný šestiúhelník na 12 shodných dílů. Z těchto dílů (ne nutně ze všech) skládal rozličné pravoúhlé trojúhelníky.

Jak mohly vypadat Mojmírovy složené trojúhelníky? Narýsujte alespoň čtyři možnosti. (*L. Hozová*)

Z6–I–6

Pětice kamarádů porovnávala, kolik starého železa přivezli do sběru. Průměrně to bylo 55 kg, avšak Ivan přivezl jen 43 kg.

Kolik kg v průměru přivezli bez Ivana? (*L. Hozová*)

I. kolo kategorie Z7

Z7–I–1

Žížala spirálová razí nový tunel: nejprve míří 10 cm na sever, poté 11 cm na východ, poté 12 cm na jih, 13 cm na západ atd. (každý úsek je o 1 cm delší než předchozí, směry opakuje podle uvedeného vzoru). Žížala souřadnicová mapuje dílo svojí kolegyně: začátek tunelu označí souřadnicemi $[0, 0]$, první odbočku souřadnicemi $[0, 10]$, druhou odbočku $[11, 10]$ atd.

Určete souřadnice konce úseku, který má délku 100 cm. (*I. Jančigová*)

Z7–I–2

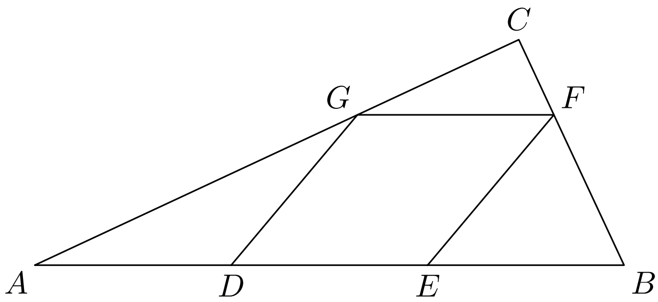
Součin věků všech dětí pana Násobka je 1408. Věk nejmladšího dítěte je roven polovině věku nejstaršího dítěte.

Kolik dětí má pan Násobek a kolik je jim let? (*L. Hozová*)

Z7–I–3

Na stranách trojúhelníku ABC jsou dány body D, E, F, G, viz obrázek. Přitom platí, že čtyřúhelník $DEFG$ je kosočtverec a úsečky AD, DE a EB jsou navzájem shodné.

Určete velikost úhlu ACB. (*I. Jančigová*)



Z7–I–4

Pepík vymyslel následující úlohu:

$$M + A + M + R + A + D + M + A + T + E + M + A + T + I + K + U = ?$$

Různá písmena nahrazoval různými číslicemi od 1 do 9 a zjišťoval, co vychází.

a) Jaký největší výsledek mohl Pepík dostat?
b) Mohl dostat výsledek 50? Pokud ano, jak?
c) Mohl dostat výsledek 59? Pokud ano, určete jaké všechny hodnoty mohl mít součet $M + A + M$.

(*M. Smitková*)

Z7–I–5

Honza vyrazil do světa s rancem buchet. Na prvním rozcestí potkal Dlouhého, Širokého a Bystrozrakého a spravedlivě se s nimi o své buchty rozdělil — každý dostal čtvrtinu buchet. Honza ze svého dílu ujedl dvě buchty a vyrazil dál.

Na druhém rozcestí potkal Jeníčka a Mařenku a i s nimi se spravedlivě rozdělil — každý dostal třetinu zbylých buchet. Honza ze svého dílu snědl zase dvě buchty a se zbylými vyrazil dál.

Na třetím rozcestí potkal Sněhurku. I s tou se spravedlivě rozdělil, takže oba měli polovinu zbylých buchet. Když Honza snědl opět svoje dvě buchty, byl ranec prázdný, a tak se vrátil domů.

S kolika buchtami vyrazil Honza do světa? (*M. Petrová*)

Z7–I–6

Pan Chrt měl ve svém psím spřežení pět psů — Alíka, Broka, Muka, Rafa a Punťu. Přemýšlel, jak by mohl psy zapřáhnout do řady za sebe tak, aby Alík byl před Punťou.

Kolika způsoby to mohl pan Chrt udělat? (*L. Hozová*)

I. kolo kategorie Z8

Z8–I–1

Věrka ze tří daných číslic sestavovala navzájem různá trojmístná čísla. Když všechna tato čísla sečetla, vyšlo jí 1221.

Jaké číslice Věrka použila? Určete pět možností. (*K. Pazourek*)

Z8–I–2

TRN a HAM jsou shodné rovnostranné trojúhelníky. Přitom bod T je těžištěm trojúhelníku HAM a bod R leží na polopřímce TA.

Jaký je poměr obsahů částí trojúhelníku TRN, které jsou uvnitř a vně trojúhelníku HAM? (*E. Semerádová*)

Z8–I–3

Na nově objevené planetě žijí zvířata, která astronauti pojmenovali podle počtu nohou jednonožky, dvounožky, trojnožky atd. (zvířata bez nohou nebyla nalezena). Zvířata s lichým počtem nohou mají dvě hlavy, zvířata se sudým počtem nohou mají jednu hlavu. V jisté prohlubni potkali skupinu takových zvířat a napočítali u nich 18 hlav a 24 nohou.

Kolik zvířat mohlo být v prohlubni? Určete všechny možnosti. (*T. Bárta*)

Z8–I–4

V dané skupině čísel je jedno číslo rovno průměru všech, největší číslo je o 7 větší než průměr, nejmenší je o 7 menší než průměr a většina čísel ze skupiny má podprůměrnou hodnotu.

Jaký nejmenší počet čísel může být ve skupině? (*K. Pazourek*)

Z8–I–5

V pravidelném pětiúhelníku $ABCDE$ je obsažen rovnostranný trojúhelník ABM. Určete velikost úhlu BCM. (*L. Hozová*)

Z8–I–6

Alenka dostala list papíru s následujícím sdělením:

A. *Nejvýše jedno z tvrzení A, B, C, D, E je pravdivé.*
B.
C. *Všechna tvrzení A, B, C, D, E jsou pravdivá.*
D.
E. *Tvrzení A je pravdivé.*

Tvrzení B a D byla napsána neviditelným inkoustem, který lze přečíst jen pod speciální lampou. Než Alenka takovou lampu našla, dokázala rozhodnout, zda může těmto tvrzením důvěřovat.

Určete i vy, která z tvrzení A, B, C, D, E jsou pravdivá a která nepravdivá. (*I. Jančigová*)

I. kolo kategorie Z9

Z9–I–1

Adam, Bořek a Čenda porovnávali, kolik kg kaštanů nasbírali. Zjistili, že aritmetický průměr toho, co nasbíral Adam s Bořkem, je o 10 kg větší než Čendův příspěvek. A aritmetický průměr toho, co nasbíral Adam s Čendou, je o 3 kg menší než Bořkův příspěvek.

Určete rozdíl mezi aritmetickým průměrem toho, co nasbíral Bořek s Čendou, a Adamovým příspěvkem. (*M. Petrová*)

Z9–I–2

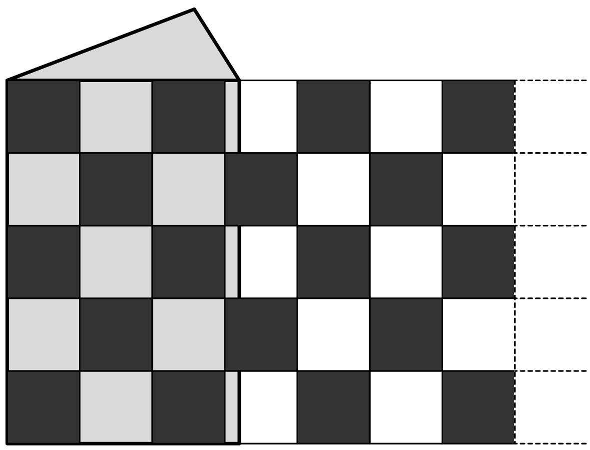
Jana si vymyslela 2022místné číslo a jeho ciferný součet pošeptala Petrovi. Petr vypočítal ciferný součet čísla, které mu sdělila Jana, a výsledek pošeptal Zuzce. Zuzka též vypočítala ciferný součet čísla, které dostala od Petra, a výsledek pošeptala Adamovi. Adam provedl totéž s číslem od Zuzky a vyšel mu ciferný součet 1.

Která čísla mohl šeptat Petr Zuzce? Určete všechny možnosti. (*I. Jančigová*)

Z9–I–3

Je dán pravidelný trojboký hranol s podstavnou hranou délky 3,2 cm a výškou 5 cm. Jeho plášť omotáváme šachovnicovou fólií, která sestává z neprůhledných a průhledných čtvercových polí se stranami délky 1 cm. Začátek fólie lícuje s hranou hranolu (viz obrázek) a délka fólie vystačí právě na dvojí omotání celého pláště.

Kolik procent pláště hranolu bude přes fólii po omotání vidět? Tloušťku fólie zanedbejte. (*K. Pazourek*)



Z9–I–4

Deltoid je konvexní čtyřúhelník s jedinou osou souměrnosti. Deltoid $ABCD$ je souměrný podle úhlopříčky AC se stranou AB délky 5 cm, se stranou BC délky 3 cm a s úhlem BCD velikosti $60°$. Bod E je patou kolmice z vrcholu B na stranu AD a F je patou kolmice z vrcholu D na stranu BC.

Určete obvod a obsah čtyřúhelníku $DEBF$. (*K. Pazourek*)

Z9–I–5

Vodník Kebule nakupoval v rybárně kapitána Nema, kde ceny všeho zboží byly uvedeny v celých šupinkách. Kdyby Kebule koupil 2 raky, 3 škeble a 1 štiku, zaplatil by 49 šupinek. Pokud by přikoupil ještě 5 raků, 11 škeblí a 1 štiku, platil by celkem 154 šupinek.

Kolik šupinek by platil za 1 raka, 2 škeble a 3 štiky? Určete všechny možnosti.
(*K. Pazourek*)

Z9–I–6

Jsou dána dvě různá čísla. Pokud od každého čísla odečteme čtvrtinu menšího čísla, dostaneme čísla, z nichž jedno bude pětkrát větší než druhé.

Kolikrát je dané větší číslo větší než to menší? (*L. Hozová*)