

## II. kolo kategorie Z5

## Z5–II–1

Konev plná mléka měla hmotnost 35 kg. Tataž konev s polovičním množstvím mléka měla hmotnost 18 kg.

Kolik kg váží prázdná konev? (L. Hozová)

**Možné řešení.** Rozdíl hmotností  $35 - 18 = 17$  (kg) odpovídá polovině mléka bez konve. Všechno mléko bez konve váží  $2 \cdot 17 = 34$  (kg).

Tedy rozdíl  $35 - 34 = 1$  (kg) odpovídá prázdné konvi. Prázdná konev váží 1 kg.

**Jiné řešení.** Konev s polovičním množstvím mléka váží 18 kg. Tedy  $2 \cdot 18 = 36$  (kg) odpovídá hmotnosti plného množství mléka a dvou konví.

Rozdíl  $36 - 35 = 1$  (kg) odpovídá prázdné konvi. Prázdná konev váží 1 kg.

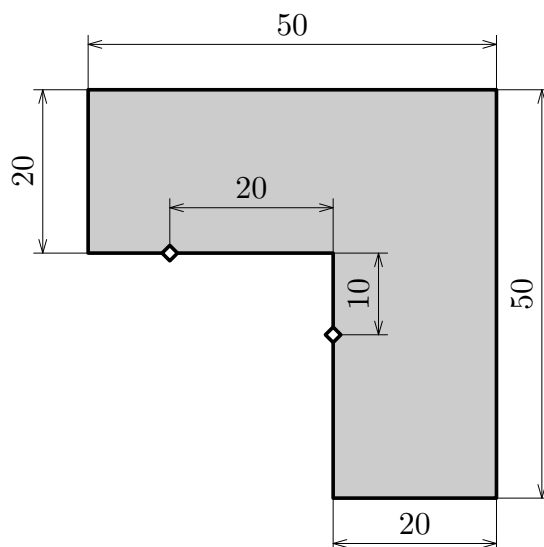
**Hodnocení.** 4 body za pomocné výpočty a úvahy (např. u prvního řešení po 2 bodech za hmotnosti polovičního množství mléka a všeho mléka bez konve); 2 body za dořešení úlohy a výsledek.

## Z5–II–2

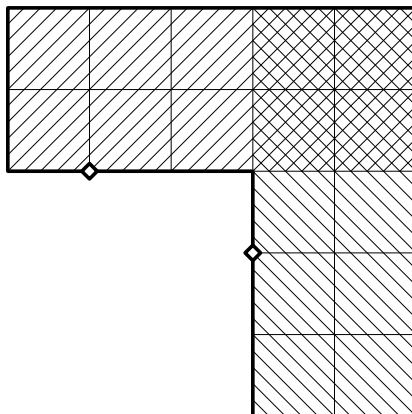
Dva strážci dohlíží na pořádek v místnosti, jejíž tvar a rozměry jsou znázorněny na obrázku. Každé dvě sousední stěny jsou navzájem kolmé, rozměry jsou uvedeny v metrech. Strážci stojí těsně u zdi v místech označených čtverečky. Společně tak mají pod dohledem celou místnost, avšak jen na část místnosti mohou dohlížet oba současně.

- Vyznačte v obrázku část místnosti, kam mohou dohlédnout oba strážci.
- Kolikrát je celá místnost větší než část, kam mohou dohlédnout oba strážci.

(K. Pazourek)



**Možné řešení.** Celou místnost lze rozdělit na čtverce se stranou 10 metrů jako na obrázku. Části místnosti, které vidí jednotliví strážci, jsou vyznačeny šrafováním dvojího druhu. Ta část, kam mohou dohlédnout oba, je tedy šrafovaná dvojitě:



Tato část sestává ze 4, celá místnost ze 16 čtverců. Tedy celá místnost je čtyřikrát větší než část, kam mohou dohlédnout oba strážci.

**Hodnocení.** 2 body za znázornění části viděné oběma strážci; 2 body za pomocné dělení místnosti; 2 body za dořešení úlohy a výsledek.

**Poznámka.** Celou místnost lze rozdělit na hrubší části podle toho, zda jsou pod kontrolou některého či obou strážců. To jsou obdélníky o rozměrech  $30 \times 20$ ,  $20 \times 30$  a čtverec  $20 \times 20$  (vše v metrech). Celá místnost odpovídá obdélníku o rozměrech  $80 \times 20$ , dvojitě šrafovaná část má rozměry  $20 \times 20$ , což je právě čtvrtina celku.

### Z5–II–3

Najděte všechna čísla s následujícími vlastnostmi:

- číslo je sudé,
- číslo je dvojmístné,
- součet jeho číslic je větší než 6,
- číslice na místě desítek je alespoň o 4 větší než číslice na místě jednotek.

*(M. Smitková)*

**Možné řešení.** Sudá čísla mají na místě jednotek sudou číslici, tj. 0, 2, 4, 6 či 8. Pokud číslice na místě desítek má být alespoň o 4 větší než číslice na místě jednotek, nemůže na místě jednotek být ani 6, ani 8 (po přičtení 4 dostáváme číslo větší než 9). Na místě jednotek tedy může být 0, 2 či 4.

Pokud je na místě jednotek 0, musí být podle čtvrté podmínky na místě desítek alespoň 4. Aby platila také třetí podmínka o součtu číslic, musí být na místě desítek alespoň 7. Vyhovující možnosti jsou

90, 80, 70.

Pokud je na místě jednotek 2, musí být podle čtvrté podmínky na místě desítek alespoň 6. Tím je také splněna třetí podmínka o součtu číslic. Vyhovující možnosti jsou

92, 82, 72, 62.

Pokud je na místě jednotek 4, musí být podle čtvrté podmínky na místě desítek alespoň 8. Tím je také splněna třetí podmínka o součtu číslic. Vyhovující možnosti jsou

94, 84.

Těchto devět čísel představuje všechna řešení úlohy.

**Hodnocení.** 2 body za omezení číslic na místě jednotek; 2 body za další dílčí pozorování; 2 body za úplnost odpovědi.